الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a ، b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 ، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .

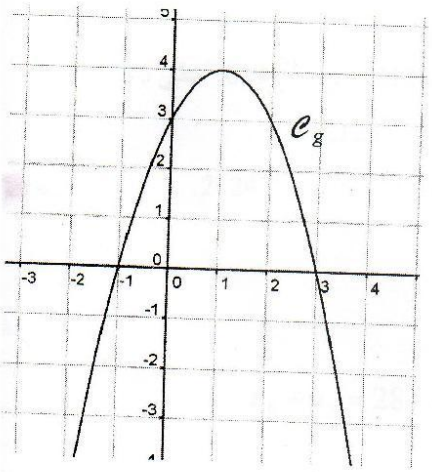
1- عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكلّ من العددين: $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2- أ) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب) تحقق أنّ $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين:

48^{2010} و 48^{2011} على 7.

التمرين الثاني: (08 نقاط)



أ) في الشكل المقابل، $\mathcal{C}_g$ هو التمثيل البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

بقراءة بيانية:

1. شكّل جدول تغيّرات الدالة g على $\mathbb{R}$.
2. عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب) لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$$

$\mathcal{C}_f$ التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. بيّن أنّ: $f'(x) = -g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.
2. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
3. احسب $f(-1)$ ، $f(3)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
4. بيّن أنّه يوجد مماسّان للمنحنى $\mathcal{C}_f$ معامل توجيه كلّ منهما يساوي 5 .
5. حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) = g(x)$ ثم استنتج احداثيات نقط تقاطع المنحنيين $\mathcal{C}_g$ و $\mathcal{C}_f$.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ بحدّيهما العام: $u_n = -2n$ و $v_n = 3^{-2n}$

عيّن في كلّ حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

		اقتراح 1	اقتراح 2	اقتراح 3
1	(u_n) هي متتالية	هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية
2	الحد الخامس والأربعون للمتتالية (u_n) يساوي	-90	-92	-88
3	المجموع $u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_n$ يساوي	n^2+1	$-n^2-n$	$-n^2-1$
4	(v_n) هي متتالية هندسية أساسها	$\frac{1}{9}$	9	-9
5	المتتالية (v_n)	متزايدة	متناقصة	ليست رتيبة

54.

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الثاني		
التمرين الأول:(06 نقط)		
1) $ab \equiv 5[7]$ الباقي هو: 5	1	
$a^2 \equiv 2[7]$ $b^2 \equiv 2[7]$ $a^2 - b^2 \equiv 0[7]$ الباقي هو: 0	3×0.5	
2) أ) $c \equiv -1[7]$ و منه: $c^{2n} \equiv (-1)^{2n}[7]$ و بالتالي: $c^{2n} \equiv 1[7]$	1.5	6
ب) $48 \equiv 6[7]$ ومنه: $48^{2n} \equiv 1[7]$ إذن $48^{2010} \equiv 1[7]$ وبالتالي: $48^{2011} \equiv 6[7]$	4×0.5	
التمرين الثاني:(08 نقط)		
أ. 1. جدول التغيرات:	0.5	
2. إشارة $g(x)$:	0.5	
أي: موجبة على $[-1\,;\,3]$ و سالبة على $]-\infty\,;\,-1[\cup]3\,;\,+\infty[$	2×0.5	8
ب. 1. $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = -g(x)$	0.5	
استنتاج إشارة $f'(x)$		
أي: $f'(x)$ سالبة على $[-1\,;\,3]$ و موجبة على $]-\infty\,;\,-1[\cup]3\,;\,+\infty[$	2×0.5	
2. النهايات: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	2×0.5	
3. $f(-1) = \frac{14}{3}$ و $f(3) = -6$	1	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{14}{3}$	↘	-6	↗	$+\infty$

4. المماسان : $f'(x)=5$ تعني $x^2-2x-8=0$ للمعادلة حلان: $x'=4$ و $x''=-2$ ومنه يوجد مماسان لـ C_f	2×0.5	
5. $f(x)=g(x)$ تعني $\frac{1}{3}x^3-5x=0$ أي: $x(\frac{1}{3}x^2-5)=0$ ومنه: $x=0$ أو $x=\sqrt{15}$ أو $x=-\sqrt{15}$ إذن الإحداثيات: $(0\ ;\ 3)$، $(\sqrt{15}\ ;\ -12+2\sqrt{15})$، $(-\sqrt{15}\ ;\ -12-2\sqrt{15})$	0.5 1	
التمرين الثالث:(06 نقط)		
1. الاقتراح 2: (U_n) متتالية حسابية لأن: $U_{n+1}-U_n=-2$	1	
2. الاقتراح 3: الحد الخامس والأربعون للمتتالية (U_n) هو: $U_{44}=-2(44)=-88$	1	
3. الاقتراح 2: المجموع هو: $-n^2-n$ لأن : $S=\frac{n+1}{2}(0-2n)=-n^2-n$	0.5+1	6
4. الاقتراح 1: (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{9}$ لأن: $\frac{V_{n+1}}{V_n}=3^{-2}=\frac{1}{9}$	1	
5. الاقتراح 2 : (V_n) متتالية متناقصة لأن $V_{n+1}-V_n=-\frac{8}{9}3^{-2n}<0$	0.5+1	